¿PARA QUÉ SIRVEN LAS MATEMÁTICAS?

Una introducción a sus propósitos y posibilidades

En el siglo XXI, las matemáticas son una amplia disciplina con múltiples facetas. Abarcan un extenso espectro de actividades, que hace que parezca difícil que se puedan clasificar todas sus manifestaciones dentro una única materia. En un extremo, definen las bases del cálculo, tiempo y dinero que permiten a la vida cotidiana seguir su curso. En el otro extremo, pueden parecer un mundo cerrado, en el que grandes mentes académicas diseñan acertijos de una colosal complejidad y luego dedican años a tratar de resolverlos. Al mismo tiempo, nuestros políticos insistentemente nos dicen que necesitamos más matemáticas. ¿De qué va, entonces, todo esto de las matemáticas y cómo encaja en nuestro mundo?

Las matemáticas con las que convivimos hoy tienen su raíz en una temprana cultura numérica que nos lleva al año 3000 a.C. Como era de esperar, los comienzos estaban orientados a tratar con asuntos prácticos: problemas en el mercado, el pago de impuestos, la medida de terrenos, la comprensión de las estrellas y los planetas o la concepción de un calendario; todas son aplicaciones que requieren números, cálculos y geometría rudimentaria. Pero con los egipcios, mil años después, las sociedades comienzan a investigar las propiedades de los sistemas numéricos más allá de las aplicaciones obvias. También empezaron a crear, por curiosidad y placer intelectual, acertijos matemáticos, por la misma razón por la que nosotros podemos disfrutar con el sudoku del periódico. Las matemáticas habían empezado a mirarse a sí mismas. Había nacido el matemático.

Los griegos hicieron enormes progresos en torno al año 500 a.C., cuando la verdadera cultura matemática floreció. Los estudios que realizaron han resultado influyentes a lo largo de los siglos y todavía se estudian hoy. Las matemáticas eran consideradas como la esencia del bien supremo y eran una parte esencial en la educación clásica. Pitágoras, Platón, Arquímedes o Euclides son sólo algunos de los filósofos griegos que abogaron por las matemáticas y que ejercieron una influencia cientos, incluso miles, de años después.

En los primeros siglos del Cristianismo, el péndulo se movió hacia el otro lado, y aquellos que mostraban interés en matemáticas podían encontrarse desterrados a la periferia del mundo cultural. Alrededor del año 400, san Agustín de Hippo sugirió que «el buen cristiano debería cuidarse de los matemáticos y aquellos que hacen profecías vanas», condenándolos por hacer «un pacto con el diablo para oscurecer el espíritu y recluir al hombre en las cadenas del infierno». En aquellos días, los matemáticos estaban estrechamente conectados con las prácticas tenebrosas de los astrólogos y la sospecha sobre propósitos potencialmente viles o heréticos gravitó alrededor de las matemáticas por un largo período.

En el siglo XVI, el filósofo Francis Bacon lamentó el hecho de que «el excelente uso de la matemática pura» no fuese bien entendido, pero un signo de mejoras fue la toma de posesión de Galileo del puesto de profesor de matemáticas en la Universidad de Padua. Los encontronazos de Galileo con la Iglesia católica, la cual rechazó algunos de sus hallazgos, mostraron que la tolerancia hacia las matemáticas y sus implicaciones con la física y la astronomía tenía limitaciones. Pero a finales del siglo XVII, con Isaac Newton y sus contemporáneos, se desata una revolución científica y matemática, la cual cambiará para siempre la balanza cultural de poder. Puede que el Romanticismo de finales del siglo XVIII y principios del XIX menosprecie estas nuevas visiones del mundo, y William Blake satirice sobre Newton, pero, con las matemáticas como el lenguaje de la ciencia, el futuro estaba seguro. El siglo XIX vio cómo las matemáticas se establecían en las universidades de todo el mundo y fue testigo de una avalancha de nuevos estudios que plantean muchas cuestiones. Las matemáticas habían llegado para quedarse.

Practicidad y pureza

Existe un debate popular sobre las matemáticas, sobre si necesitarlas es el origen de la invención matemática o si las matemáticas innovadoras crean oportunidades para su aplicación. Históricamente, las consideraciones prácticas fueron las que guiaron a las matemáticas, pero una vez que la materia generó su propia vida interior, surgió la posibilidad de que el pensamiento matemático «puro» pudiese por sí mismo crear un espacio para nuevas aplicaciones. Las buenas matemáticas nunca descartan una potencial aplicación, pero uno nunca sabe cuándo el momento de ésta llegará. Una afinada comprensión quizá la saque a la luz la semana que viene, o puede que permanezca latente durante 50 o 500 años.

La historia está repleta de ejemplos de teorías puramente matemáticas que encuentran su vertiente práctica. Los griegos en la Antigüedad elaboraron una teoría de secciones cónicas que resultó ser justo lo que necesitaban, en el siglo XVII, Johannes Kepler e Isaac Newton cuando afirmaron que los planetas se movían en elipses. «Álgebra de matrices», una teoría de números multidimensionales, se desarrolló a mediados del siglo XIX para resolver problemas propios de las matemáticas y fue, precisamente esto, lo que era necesario en la «mecánica de matrices» para la rápida evolución de la teoría cuántica de 70 años más tarde. Cuando George Boole diseñó un sistema para convertir la lógica en álgebra, dando lugar al «álgebra booleana», no sabía que estaba proporcionando el lenguaje para la programación de ordenadores de un siglo después.

Hace tan sólo 50 años, el influyente matemático inglés G. H. Hardy escribió que ejerció las matemáticas sin sentir la obligación de tener que dotar a sus ideas de «relevancia práctica». Es más, se reconfortaba en la teoría de números remotamente ligada a aplicaciones prácticas. No podría celebrar su aislamiento hoy en día, no en un mundo donde su tipo de matemática pura es una de las de mayor importancia cuando nos referimos a la seguridad informática (véanse los capítulos *¿Podemos crear un código indescifrable?* y *¿Queda algo por resolver?*). Hoy tenemos muchas teorías que hacen referencia a diferentes dimensiones, pero cuando Benoît Mandelbrot dirigió su atención hacia los «fractales» en los setenta, pocos podrían haber adivinado su potencial utilidad (véase *¿Por qué tres dimensiones no son suficientes?*).

No obstante, los matemáticos responden, también, a necesidades. En el siglo XVIII, James Watt tuvo un problema al transformar el movimiento lineal de un pistón en su máquina de vapor en un movimiento de rotación, con el resultado de que una teoría de enlaces geométricos nació durante la Revolución industrial. Cuando fue necesario descifrar códigos durante la Segunda Guerra Mundial (véase *¿Podemos crear un código indescifrable?*), se reclutaron matemáticos de las universidades por sus habilidades especiales, y el resultado fue la construcción del primer ordenador electrónico mundial.

Así, matemática pura y matemática aplicada prolongan su relación simbiótica, algo que nunca fue más cierto que en la era de la electrónica. Sin matemáticas, los ordenadores serían inútiles, la fotografía digital sería imposible y los teléfonos móviles permanecerían en silencio. Pero, ahora, asimismo resulta que la investigación «pura» de matemáticos profesionales es significativamente poderosa gracias a la capacidad de cómputo de los ordenadores: lo «aplicado» alimenta a lo «puro» en este caso.

Las matemáticas tienen también una cara más tímida, su parte reflexiva desde un punto de vista filosófico. Su historia muestra un movimiento que se aleja de la hipótesis de la Antigüedad, que aseguraba que los matemáticos sacaban a la luz verdades preexistentes, y se dirige a una concepción con matices mucho más precisos, en la que interviene la creatividad y la imaginación (véase *¿Son las matemáticas ciertas?*).

En las matemáticas modernas, el modo de proceder está basado en axiomas y deducción lógica. Los griegos asumían la verdad de sus axiomas, pero los matemáticos actuales esperan sólo que los axiomas sean consistentes. En los años treinta, Kurt Gödel sacudió al mundo de las matemáticas cuando probó su «teorema de incompletitud», el cual afirma que existen enunciados matemáticos en un sistema axiomático formal que no pueden probarse ni rechazarse usando sólo los axiomas del sistema. En otras palabras, las matemáticas podrían ahora contener verdades no probadas que sólo podrían permanecer de ese modo.

Las matemáticas modernas pueden ser variadas y extensas y, en su raíz, está la división del currículo escolar en aritmética, álgebra y geometría. ¿Qué hay en su corazón y a dónde nos lleva esto?

Los números y sus propiedades

Los números naturales siguen siendo lo más importante en el repertorio matemático, son el punto de partida de los matemáticos. La historia de su evolución (véase *¿De dónde vienen los números?*) es rica y no necesariamente tenía que haber acabado en un sistema de «base 10» usando los símbolos 0-9. Para empezar, al principio, el cero no existía.

Las propiedades de los números primos —números que sólo son divisibles por sí mismos y por 1— son especialmente fascinantes. Sorprendentemente, hay muchas cosas que se desconocen sobre ellos. Todavía no se sabe cómo se distribuyen entre los números naturales, lo cual puede ser difícil de creer ya que los números primos se conocen desde hace más de 2.000 años (véanse *¿Por qué son los números primos los átomos de las matemáticas?* y *¿Queda algo por resolver?*). Más allá de los números naturales y, de ellos, los que son primos, el repertorio se ha extendido a lo largo de los siglos para abarcar los números negativos, fracciones y los conocidos como «números irracionales», de infinita longitud de cifras decimales que no siguen ninguna pauta. Al conjunto de todos ellos, los matemáticos los llaman los números «reales» (véase *¿Cuáles son los números más raros?*).

Esto no es todo. Los números «reales» son todos unidimensionales. Se pueden concebir como la extensión por la izquierda (números negativos) y la derecha (números positivos) en la recta numérica. Un gran salto hacia delante llegó cuando los matemáticos se adentraron en las dos dimensiones, con lo que ellos llamaron «números complejos» (véase *¿Son los números imaginarios realmente imaginarios?*). Éstos proporcionaron a los matemáticos más poder para resolver ecuaciones y ofrecer nuevas teorías de análisis. Hoy, los números «complejos» son indispensables en el estudio de fenómenos tales como la electricidad y el magnetismo.

Hay, por lo tanto, muchos tipos de números, pero ¿dónde terminan? Desde el principio de los tiempos, los matemáticos lidiaron con la idea del infinito. Se asumió, desde Aristóteles en adelante, que había un «infinito potencial», un infinito, el cual nunca podría ser alcanzado. Pero en el siglo XIX, Georg Cantor introdujo otra noción de infinito, lo cual hizo posible hablar de *muchos* infinitos (véase *¿Cómo es de grande el infinito?*).

Geometría, álgebra y revoluciones matemáticas

Durante milenios, los griegos de la Grecia Clásica poseían todo el poder en los temas referentes a la geometría y parecían ser una autoridad incuestionable, que fijó muchas de las reglas que los alumnos asimilan a día de hoy. En particular, Euclides construyó un cuerpo de conocimiento geométrico basado en su irrebatible lógica y presentado como una verdad canónica. Pero, con el paso del tiempo, las fisuras empezaron a aparecer en la geometría euclídea y, finalmente, se hizo evidente que había *otras* geometrías válidas que trataban con fenómenos en dos, tres y más dimensiones (véase *¿Dónde se cortan las rectas paralelas?*) y de las cuales ha resultado el concepto de «variedad», una forma que tiene diferentes geometría local y global (véase *¿Qué forma tiene el universo?*). Estas geometrías es posible que encajen más que la euclídea a la hora de definir la «geometría del universo», tema que resulta irresistible a los físicos.

Mientras los físicos se apropian de la geometría para dar caza a los secretos de la materia y el universo, los biólogos e investigadores médicos toman un tipo diferente de geometría, «teoría de nudos», para intentar desentrañar y analizar el ADN; una práctica que ha dado paso a los perfiles de ADN de la medicina forense, y que ha generado importantes ramificaciones dirigidas a asuntos como la identificación de personas y la solución de crímenes. En definitiva, los matemáticos han proporcionado a los científicos diferentes geometrías como un kit de herramientas con la que ellos pueden seleccionar la que les parezca más apropiada para cada trabajo concreto.

Hay un punto en el que la geometría se traduce al lenguaje del álgebra, un desarrollo debido a Descartes en el siglo XVII. Además, el siglo XX vio también la metamorfosis de la geometría de las simetrías en álgebra. La simetría, la escurridiza propiedad que, con frecuencia, se ha usado en matemáticas, y muchas otras áreas, para definir belleza (véase *¿Son las matemáticas bellas?*), puede ahora representarse matemáticamente gracias a la «teoría de grupos». Los grupos se encuentran en el centro del álgebra moderna y dan un significado a través del cual la simetría puede ser examinada a escala microscópica (véase *¿Qué es simetría?*). Los matemáticos finalmente completaron la clasificación de grupos finitos en 1981, tras un proyecto de investigación enorme, cuyos comienzos se remontan al siglo XIX. En lo que ha venido a ser un «teorema enorme», se creó un mapa de los grupos en el cual cada grupo encaja dentro unas familias conocidas y 26 grupos esporádicos, el mayor de éstos contiene aproximadamente 8×10^{53} miembros, esto es un 8 seguido por 53 ceros. Actualmente, la teoría de grupos ocupa un importante lugar en la física teórica, donde las transformaciones del espacio forman grupos y, en química y cristalografía, donde las simetrías entran en juego, también.

«Encuentra el valor de x» en un problema de álgebra es algo con lo que está familiarizado todo estudiante de matemáticas. Este tipo de problemas «inversos» son un área donde las matemáticas destacan, con aplicaciones por todas partes. En ellos, con frecuencia es necesario encontrar una «incógnita», aunque para empezar sólo es posible establecer una relación o una ecuación en la que la incógnita se vea envuelta. Si nos dicen, por ejemplo, que incrementando 3 metros los lados de un campo cuadrado el resultado es un campo de 400 metros cuadrados, podemos calcular la longitud desconocida x del campo original como un problema inverso. Usando el álgebra y «desenvolviendo» la ecuación $(x + 3)^2 = 400$, nos da $x = 17$. Cuando el trabajo de generaciones anteriores de matemáticos proporciona una serie de fórmulas para estas tareas, tomamos el atajo con gusto (véase *¿Hay una fórmula para todo?*).

Lanzar un cohete al espacio conlleva ecuaciones «diferenciales» y para esto está hecho el mecanismo de «el Cálculo» (véase *¿Cuál es la matemática del universo?*), un método usado habitualmente para medir tasas de velocidad y aceleración. Hay tipos específicos de ecuaciones diferenciales, que podemos englobar en una bien cimentada teoría, pero hay también muchas ecuaciones que son excepciones y no tienen soluciones exactas. Henri Poincaré fundó una nueva rama de la teoría de ecuaciones diferenciales como una «teoría cualitativa», la cual, se centra en las propiedades de las soluciones más que encontrar la solución explícitamente. Este estudio dio lugar a la teoría del «caos» (véase *¿Puede realmente el aleteo de una mariposa provocar un huracán?*) y le dio un singular rumbo a la nueva teoría topológica, un cambio radical en el modo que se veían las formas (véase *¿Qué forma tiene el universo?*).

Las nuevas y desconocidas matemáticas

«Topología» quizás no sea fácil de pronunciar para la media de los no-matemáticos, pero otros dos hallazgos relativamente tardíos son términos mucho más familiares: probabilidad y estadística.

Una de las creaciones modernas más destacables de las matemáticas, la teoría de la probabilidad (véase *¿Pueden las matemáticas hacernos ricos?*), nos permite manejar la incertidumbre de un modo cuantitativo. Las matemáticas recreativas del siglo XVII fueron el comienzo de esta teoría, en el análisis de problemas relacionados con los juegos de azar, y ahora, resueltos y explicados con un cálculo riguroso, está la columna vertebral para el análisis de riesgos. La estadística, un campo relacionado con el anterior (véase *¿Miente la estadística?*), proporciona la teoría para manejar datos de un modo adecuado y el contexto para llevar a cabo los experimentos. La estadística tiene sus comienzos en experimentos en la agricultura, pero ahora sus métodos son usados tan ampliamente que apenas hay una parte de la actividad humana, desde la política a la medicina, que esté libre de la estadística.

Usando los resultados de la estadística y otras áreas de las matemáticas se llega de un modo natural al deseo de hacer predicciones, saber el futuro (véase *¿Pueden las matemáticas predecir el futuro?*). El demógrafo quiere hacer una predicción razonable de la población en cinco años. El corredor de bolsa tratará de adivinar el mercado de valores basándose en la evidencia estadística y corazonadas. ¿Cómo se puede hacer esto? Éstas son preguntas difíciles, como la tarea de predecir el tiempo, el cual depende de ecuaciones matemáticas que no pueden resolverse aún (véase *¿Queda algo por resolver?*), y cuya dificultad se ve agravada por el «efecto mariposa» (véase *¿Puede realmente el aleteo de una mariposa provocar un huracán?*).

Así, hay matemáticas antiguas y matemáticas recientes. Por si acaso nos relajamos y pensamos que el trabajo ya está hecho, deberíamos recordarnos a nosotros mismos que hay también matemáticas sin resolver, y muchas (véase *¿Queda algo por resolver?*). Y menos mal, porque si ése no fuera el caso, las matemáticas se marchitarían en el árbol. Hay algunas grandes preguntas sin resolver que tienen perplejos a los pensadores año tras año, tales como la conjetura de Goldbach y la hipótesis de Riemann, ambas relacionadas con los números primos, y hay también problemas nuevos dando la lata. Por supuesto, ha habido progresos y algunos de ellos dignos de titulares. Las matemáticas saltaron a la escena pública con la solución del último teorema de Fermat en 1994 (véase *¿Son las matemáticas bellas?*). Antes de eso, las matemáticas y la informática unieron fuerzas para solucionar el teorema de «cuatro colores» (véase *¿Existe una fórmula para todo?*), y, recientemente, un solitario matemático ruso sorprendió al mundo probando la centenaria conjetura de Poincaré, y no reclamando su premio de un millón de dólares.

Entonces, ¿para qué son las matemáticas? En cierto sentido ésta es una pregunta extraña. No se suele preguntar uno «¿para qué es la música?» o «¿para qué es la literatura?». Se aceptan simplemente como actividades, proceso del pensamiento y ejercicios de la imaginación con las cuales el ser humano disfruta, ha disfrutado y disfrutará, y así debe ser. Si uno quiere buscar aplicaciones, están por todas partes a nuestro alrededor y multiplicándose. Si uno quiere profundizar en todos los campos en los cuales las matemáticas aportan conocimiento del mundo, del universo, de la naturaleza y de las interacciones humanas, uno puede hacerlo también. Hay una inestimable cantidad de cosas que los matemáticos pueden *hacer*, y han *hecho*, de manera que la evolución no se detenga. Pero, en su raíz, las matemáticas están motivadas por una característica básica y que define a la humanidad: la curiosidad insaciable.